

	Facultad de Ingeniería Mexicali	Ciclo Escolar: 2021-2	
	Material Didáctico Electricidad y Magnetismo	Formación Básica	
	Unidad 2, Potencial Eléctrico y Capacitores	Pág. 1 de 12	

Estado del documento:	Nuevo	Modificación	X
-----------------------	-------	--------------	---

ELABORÓ	REVISÓ	AUTORIZÓ
		
Dra. Wendy Flores Fuentes	Dr. Moises Jesus Castro Toscano	Dra. Wendolyn Elizabeth Aguilar Salinas
Profesor-Investigador	Profesor-Investigador	Coordinador del área Tronco Común

Control de cambios del documento			
Revisión	Ciclo Escolar	Autor de quien elaboro	Descripción o motivo del cambio
0	2020-2	Dra. Wendy Flores Fuentes	Primera Versión de Paquete Didáctico
1	2021-2	Dra. Wendy Flores Fuentes	Adecuar Material Didáctico al nuevo formato



2.2 CAPACITORES Y DIELECTRICOS

A. Concepto de capacitancia

Los capacitores son dispositivos que almacenan energía mediante cargas eléctricas. Una configuración sencilla de un capacitor consiste en un par de placas metálicas separadas por vacío o por un material aislante (también llamado, dieléctrico), como lo es el papel, la madera, el aire, etc. Como se muestra en la Figura 1, cuando se conecta una batería entre sus terminales, los electrones que se encuentran en la lámina conectada al potencial más alto se transfieren a la otra lámina, quedando cargadas.

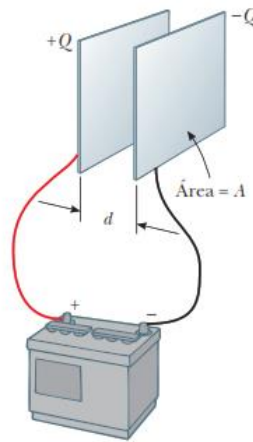


Fig. 1 Capacitor de placas paralelas

La capacitancia C es una medida de que tanta carga Q puede almacenar el capacitor al conectarle una diferencia de potencial ΔV , como se expresa en la ecuación (1).

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \quad (1)$$

Donde la unidad de la capacitancia C se expresa en Faradios (F), la carga Q se expresa en Coulomb (C), y la diferencia de potencial ΔV se expresa en Volts (V).

B. Cálculo de la capacitancia

La capacitancia de un par de conductores se ilustra mediante tres geometrías comunes: placas paralelas, cilindros y esferas concéntricas, como se ilustra en la Figura 2.

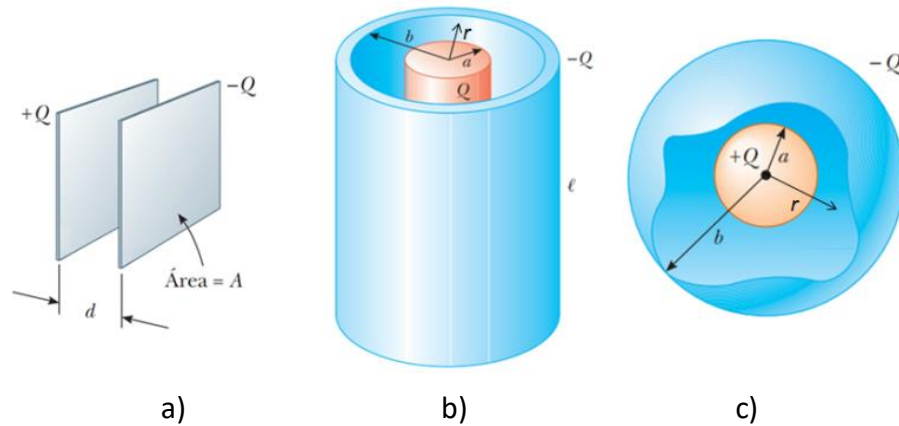


Fig. 2 a) Capacitor de placas paralelas, b) Capacitor de cilindros concéntricos, c) Capacitor de esferas concéntricas

Es posible deducir su capacitancia C conociendo la magnitud Q si se realiza una estimación de su diferencia de potencial ΔV , como a continuación se ejemplifica para las siguientes configuraciones, considerando que son conductores cargados, separados por espacio vacío.

1) Capacitor de Placas Paralelas

Como se muestra en la Figura 2 a), dos placas metálicas paralelas de igual área A están separadas por una distancia d , una placa tiene una carga $+Q$ y la otra tiene una carga $-Q$. Si las placas están muy juntas se puede suponer que el campo eléctrico es uniforme entre las placas y cero en cualquier otra parte. Estas placas pueden ser cuadradas, rectangulares, redondas, triangulares o de cualquier otra forma, pero ambas placas deben de ser iguales.

Si la densidad de carga superficial σ en cada placa está dada por la ecuación (2), donde Q es la carga, y A es el área de una placa. Y el campo eléctrico E entre las placas, se expresa con la ecuación (3), donde ϵ_0 es la constante de permitividad eléctrica en el vacío y corresponde a $8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$. Si sustituimos la ecuación (2) en la ecuación (3) obtenemos la ecuación (4).

$$\sigma = \frac{Q}{A} \quad (2)$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (3)$$



Facultad de Ingeniería Mexicali	Ciclo Escolar: 2021-2	 Facultad de Ingeniería Mexicali
Material Didáctico Electricidad y Magnetismo	Formación Básica	
Unidad 2, Potencial Eléctrico y Capacitores	Pág. 4 de 12	

$$E = \frac{Q}{A\epsilon_0} \quad (4)$$

Ya que el campo entre las placas es uniforme, la magnitud de la diferencia de potencial entre las placas ΔV , es igual a la ecuación (5), si sustituimos la ecuación (4) en la ecuación (5) obtenemos la ecuación (6).

$$\Delta V = Ed \quad (5)$$

$$\Delta V = \frac{Qd}{A\epsilon_0} \quad (6)$$

Al sustituir la ΔV de la ecuación (6) en la ecuación (1), obtenemos la capacitancia para un capacitor placas paralelas, como se expresa en (7).

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{\frac{Qd}{A\epsilon_0}} = \frac{A\epsilon_0}{d} \quad (7)$$

2) Capacitor de Placas Paralelas

Como se muestra en la Figura 2 b), un conductor cilíndrico sólido, de radio a y carga Q , es coaxial con una cubierta cilíndrica de grosor despreciable, radio $b > a$ y carga $-Q$, con longitud l . Su ΔV se calcula con la ecuación (8) donde r es una distancia $a < r < b$ para expresar el E_r en cualquier distancia entre los dos cilindros, el cual se calcula con la ecuación (9), donde k es la constante de Coulomb equivalente a $9.9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$ y λ es la densidad superficial expresada con la ecuación (10).

$$\Delta V = V_b - V_a = - \int_a^b E_r dr \quad (8)$$

$$E_r = \frac{2k\lambda}{r} \quad (9)$$

$$\lambda = \frac{Q}{l} \quad (10)$$

Sustituyendo la ecuación (9) en la ecuación (8) y resolviendo se obtiene la expresión en la ecuación (11), la cual se sustituye en la ecuación (1) para obtenerla la capacitancia, como resulta en (12).



Facultad de Ingeniería Mexicali	Ciclo Escolar: 2021-2	 Facultad de Ingeniería Mexicali
Material Didáctico Electricidad y Magnetismo	Formación Básica	
Unidad 2, Potencial Eléctrico y Capacitores	Pág. 5 de 12	

$$\Delta V = - \int_a^b \frac{2k\lambda}{r} dr = -2k\lambda \ln \frac{b}{a} \quad (11)$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{2k\lambda \ln \frac{b}{a}} = \frac{Q}{2k \left(\frac{Q}{l}\right) \ln \frac{b}{a}} = \frac{l}{2k \ln \frac{b}{a}} \quad (12)$$

3) Capacitor de esferas concéntricas

Como se muestra en la Figura 2 c), un capacitor esférico consiste en una cubierta conductora esférica de radio b y carga $-Q$ concéntrico con una esfera conductora más pequeña de radio a y carga Q . En este caso E_r se expresa con la ecuación (13), sustituyendo y resolviendo en la ecuación (8) obtenemos la ecuación (14), la cual se sustituye en la ecuación (1) para obtenerla la capacitancia, como resulta en (15).

$$E_r = \frac{kQ}{r^2} \quad (13)$$

$$\Delta V = - \int_a^b \frac{kQ}{r^2} dr = kQ \left[\frac{1}{r} \right]_a^b = kQ \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right) = kQ \frac{a-b}{ab} \quad (14)$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{ab}{k(b-a)} \quad (15)$$

C. Arreglo de capacitores en combinación: serie, paralelo y mixta

En los circuitos eléctricos con frecuencia se combinan dos o más capacitores. Es posible calcular la capacitancia equivalente de ciertas combinaciones utilizando los métodos descritos a continuación.

1) Combinación en serie

En la Figura 3 se muestra un circuito con capacitores conectados en serie. Las cargas Q de los capacitores conectados en serie son iguales, como se expresa en la ecuación (16). Mientras que la ΔV_{total} a través de la combinación se divide entre los capacitores, como se expresa en la ecuación (17). Y la capacitancia equivalente C_{eq} se puede deducir de (18).

$$Q_1 = Q_2 = Q \quad (16)$$

$$\Delta V_{total} = \Delta V_1 + \Delta V_2 \quad (17)$$



$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad (18)$$

Cuando es aplicado este análisis a una combinación de tres o más capacitores conectados en serie, la correspondencia para la capacitancia equivalente se expresa en la ecuación (19).

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots (\text{combinaciones en serie}) \quad (19)$$

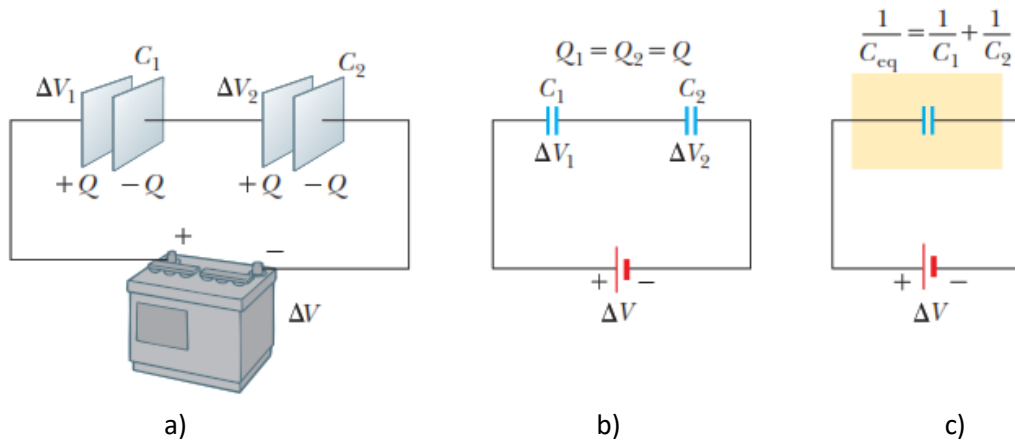


Fig. 3 a) Combinación en serie de dos capacitores, b) Diagrama del circuito para la combinación en serie, c) Capacitancia equivalente.

2) Combinación en paralelo

En la Figura 4 se muestra un circuito con capacitores conectados en paralelo. Las diferencias de potencial ΔV individuales a través de capacitores conectados en paralelo son las mismas e iguales a la diferencia de potencial aplicada a través de la combinación, como se describe en la ecuación (20). La carga total Q_{total} en capacitores conectados en paralelo es la suma de las cargas en los capacitores individuales, como se expresa en la ecuación (21). Mientras que la capacitancia equivalente C_{eq} se calcula con la ecuación (22).

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V \quad (20)$$

$$Q_{total} = Q_1 + Q_2 \quad (21)$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 \quad (22)$$



Cuando es aplicado este análisis a una combinación de tres o más capacitores conectados en paralelo, la correspondencia para la capacitancia equivalente se expresa en la ecuación (23).

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots (\text{combinación en paralelo}) \quad (23)$$

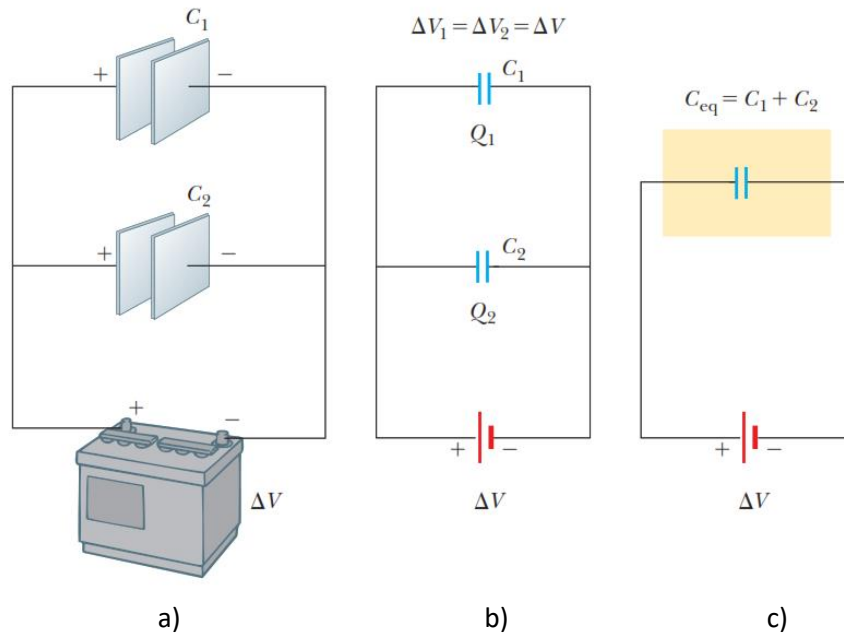


Fig. 4 a) Combinación en paralelo de dos capacitores, b) Diagrama del circuito para la combinación en paralelo, c) Capacitancia equivalente.

3) Combinación mixta

A continuación se ejemplifica el cálculo para encontrar la capacitancia equivalente C_{eq} entre los puntos a y b de un circuito de capacitores mixto:

Paso 1. De acuerdo con la Figura 5 a) calcule el paralelo entre C_2 y C_3 , de igual modo entre C_4 y C_5 :

$$C_{23} = C_2 + C_3 = 1\mu F + 3\mu F = 4\mu F$$

$$C_{45} = C_4 + C_5 = 6\mu F + 2\mu F = 8\mu F$$

Paso 2. De acuerdo con la Figura 5 b) calcule la serie entre los capacitores C_1 y C_{23} , de igual modo entre C_{45} y C_6 :

$$C_{123} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}}} = \frac{1}{\frac{1}{4\mu F} + \frac{1}{4\mu F}} = 2\mu F$$



$$C_{456} = \frac{1}{\frac{1}{C_{45}} + \frac{1}{C_6}} = \frac{1}{\frac{1}{8\mu F} + \frac{1}{8\mu F}} = 4\mu F$$

Paso 3. De acuerdo con la Figura 5 c) calcule el paralelo entre C_{123} y C_{456} , para obtener como resultado la C_{eq} , como se muestra en la Figura 5 d).

$$C_{eq} = C_{123} + C_{456} = 2\mu F + 4\mu F = 6\mu F$$

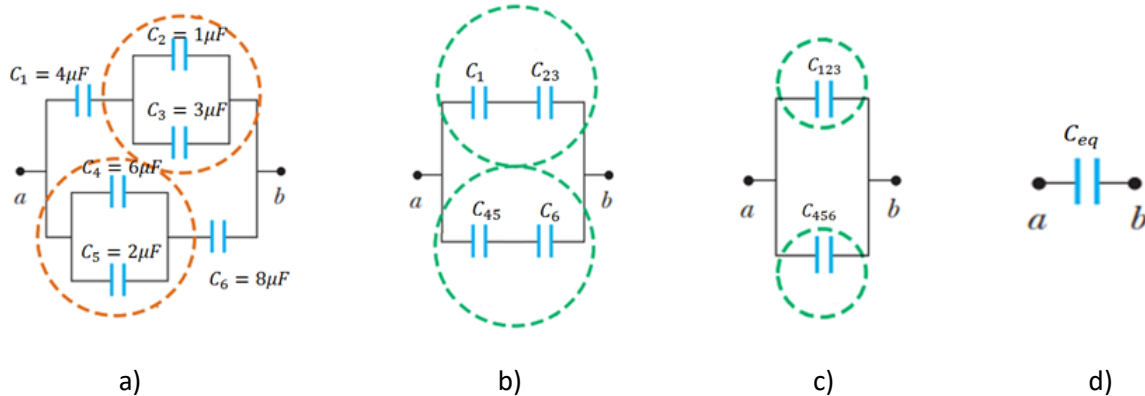


Figura 5. Circuito de capacitores mixto. a) Paso 1, b) Paso 2, c) Paso 3, d) Resultado

D. Capacitores con dieléctrico diferente del vacío

Un dieléctrico es un material no conductor, como el hule, el vidrio o el papel encerado. La diferencia de potencial en las terminales de un capacitor de placas paralelas sin dieléctrico se expresa como ΔV_0 , si se inserta un material dieléctrico entre las placas del capacitor la diferencia de potencial en sus terminales disminuye a ΔV .

Los voltajes con y sin dieléctrico están relacionados mediante el factor κ , llamado constante dieléctrica del material, como se expresa en la ecuación (24), y también conocida como permitividad del dieléctrico ϵ_r . La constante dieléctrica varía de un material a otro, como se muestra en la Tabla 1.

Ya que la carga del capacitor sin o con dieléctrico no cambia $Q_0 = Q$, la capacitancia se puede expresar en la ecuación (25), donde C_0 es la capacitancia del capacitor sin dieléctrico. Es decir, la capacitancia aumenta en un factor κ cuando el material dieléctrico llena por completo la región entre las placas del capacitor, como se muestra en la Figura 6.

$$\Delta V = \frac{\Delta V_0}{\kappa} \quad (24)$$



$$C = \frac{Q_0}{\Delta V} = \frac{Q_0}{\frac{\Delta V_0}{\kappa}} = \kappa \frac{Q_0}{\Delta V_0} = \kappa C_0 \quad (25)$$

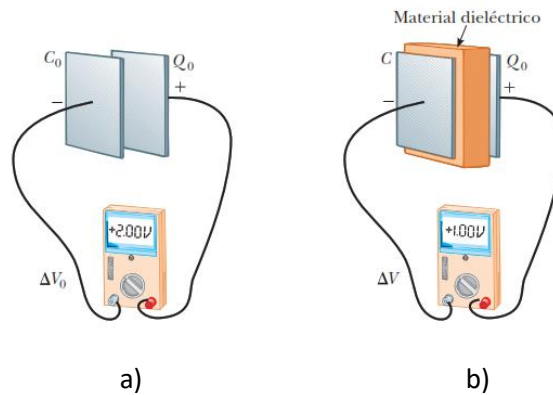


Fig. 6 Un capacitor cargado. a) Antes, b) Después de haber insertado un material dieléctrico.

Si sustituimos la ecuación (7) en la ecuación (25) obtenemos la capacitancia de un capacitor de placas paralelas con dieléctrico.

$$C = \kappa \frac{A\epsilon_0}{d} \quad (25)$$

El voltaje máximo que puede aplicarse a un capacitor sin causar una descarga depende de la resistencia dieléctrica (campo eléctrico máximo) del dieléctrico. Si la magnitud del campo eléctrico en el dieléctrico excede la resistencia dieléctrica, las propiedades aislantes fallan, y el dieléctrico empieza a conducir. Los capacitores físicos tienen una especificación que se conoce mediante una gran diversidad de nombres, incluyendo voltaje de servicio, voltaje de ruptura y tensión nominal. Este parámetro representa el voltaje más elevado que se puede aplicar al capacitor sin exceder la resistencia dieléctrica del material dieléctrico en el capacitor. En consecuencia, cuando seleccione un capacitor para una aplicación determinada, es necesario considerar la capacitancia así como el voltaje esperado a través del capacitor en el circuito y asegurarse de que el voltaje esperado sea inferior que el voltaje nominal del capacitor.



Facultad de Ingeniería Mexicali	Ciclo Escolar: 2021-2	 Facultad de Ingeniería Mexicali
Material Didáctico Electricidad y Magnetismo	Formación Básica	
Unidad 2, Potencial Eléctrico y Capacitores	Pág. 10 de 12	

TABLA I

CONSTANTES DIELECTRICAS Y RESISTENCIAS DIELECTRICAS APROXIMADAS DE DIVERSOS MATERIALES A TEMPERATURA AMBIENTE

Material	Constante dieléctrica κ	Intensidad dieléctrica ^a (10^6 V/m)
Aceite de silicón	2.5	15
Agua	80	—
Aire (seco)	1.000 59	3
Baquelita	4.9	24
Cloruro de polivinilo	3.4	40
Cuarzo fundido	3.78	8
Hule de neopreno	6.7	12
Mylar	3.2	7
Nylon	3.4	14
Papel	3.7	16
Papel impregnado en parafina	3.5	11
Poliestireno	2.56	24
Porcelana	6	12
Teflón	2.1	60
Titanato de estroncio	233	8
Vacío	1.000 00	—
Vidrio pirex	5.6	14

^a La resistencia dieléctrica es igual al campo eléctrico máximo que puede existir en un dieléctrico sin que se rompa el aislamiento. Observe que estos valores dependen en gran medida de si existen o no impurezas o defectos en los materiales.

E. Almacenamiento de energía en un capacitor

Ya que las cargas positiva y negativa están separadas en el sistema de dos conductores en un capacitor, en el sistema se almacena energía potencial eléctrica al efectuarse el proceso mostrado en la Figura 7.

Si las placas de un capacitor con carga se conectan mediante un conductor como un alambre, la carga se mueve entre cada placa y su alambre conector hasta que el capacitor se descarga. Con frecuencia, la descarga se observa como una chispa visible.



Si por accidente toca las placas opuestas de un capacitor con carga, sus dedos actúan como ruta para descarga y el resultado es un choque eléctrico. El grado de choque que reciba dependerá de la capacitancia y el voltaje aplicados al capacitor. Tal choque podría ser fatal si hay presentes voltajes altos, como en la fuente de poder de un televisor. Ya que las cargas se pueden almacenar en un capacitor aun cuando el aparato esté apagado, desconectar el televisor no lo hace seguro al abrir la cubierta y tocar los componentes internos.

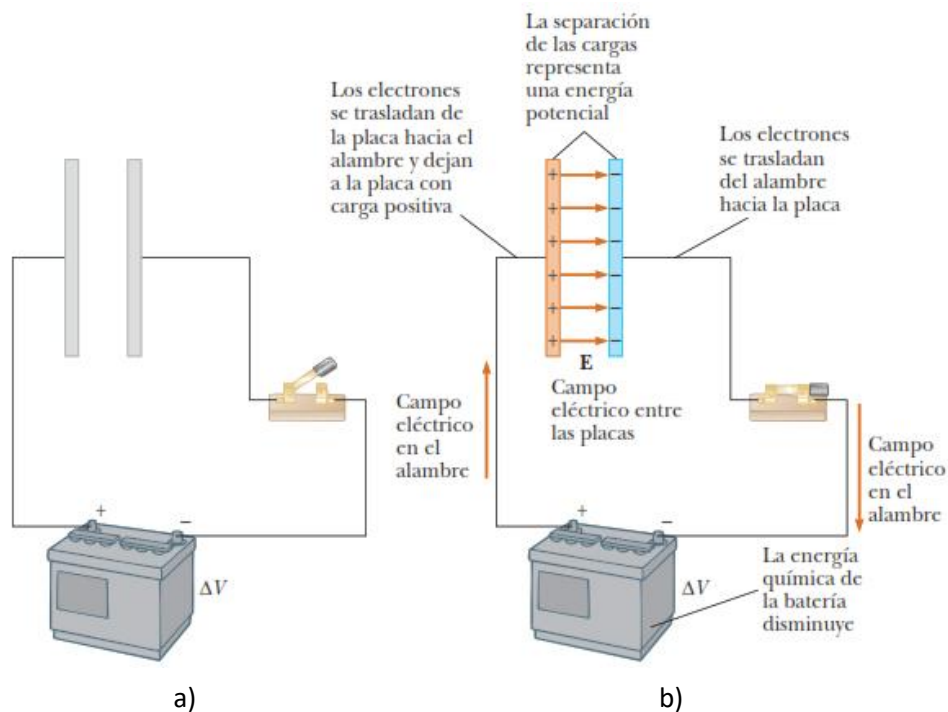


Fig. 7 a) Circuito que consiste en un capacitor, una batería y un interruptor. b) Cuando el interruptor se cierra, la batería establece un campo eléctrico en el alambre que hace que los electrones se muevan de la placa izquierda hacia el alambre y hacia la placa derecha desde el alambre. Como resultado, en las placas existe una separación de carga, lo que representa un aumento en la energía potencial eléctrica del sistema del circuito. Esta energía en el sistema se transformó a partir de energía química en la batería.

El trabajo invertido al cargar el capacitor se presenta como una energía potencial eléctrica U almacenada en el capacitor. Mediante el uso de la ecuación (26), es posible expresar la energía potencial almacenada en el capacitor.

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q \Delta V}{2} = \frac{C(\Delta V)^2}{2} \quad (26)$$



F. Ejercicios para realizar.

- 1) En un capacitor esférico los radios de las cubiertas interior y exterior miden 4 cm y 10 cm , respectivamente, y se encuentran separadas por espacio vacío. a) Calcule la capacitancia del dispositivo. b) ¿Cuál tendrá que ser la diferencia de potencial entre las esferas para obtener una carga de $8\text{ }\mu\text{C}$ en el capacitor?
- 2) Calcule la capacitancia de un capacitor de placas rectangulares, con dimensiones de las placas de 0.5 cm de base y 0.8 cm de altura, el cual cuenta con un dieléctrico de nylon entre sus terminales.
- 3) Cuatro capacitores están conectados como se muestra en la figura. Calcule la capacitancia equivalente entre los puntos a y b.

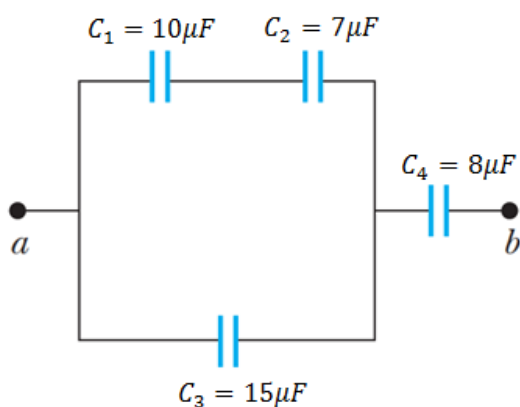


Fig. 8 circuito con capacitores en serie y paralelo

- 4) Suponga que de un capacitor de 400 nF debe suministrar una energía de 350 J . ¿A qué diferencia de potencial deberá ser cargado?

REFERENCIAS

[1] Serway, R. A., Jewett, J. W., Hernández, (2009). *Física para ciencias e ingeniería. Volumen 2. Séptima edición*. ISBN-13: 978-607-481-358-6. Cengage Learning.