

	Facultad de Ingeniería Mexicali	Ciclo Escolar: 2021-2	
	Material Didáctico Electricidad y Magnetismo	Formación Básica	
	Unidad 1, Electrostática y Ley de Coulomb	Pág. 1 de 9	

Estado del documento:	Nuevo		Modificación	X	
-----------------------	-------	--	--------------	---	--

ELABORÓ	REVISÓ	AUTORIZÓ
		
Dr. Moises Jesus Castro Toscano	Ing. Ana Liduvina López Vargas	Dra. Wendolyn Elizabeth Aguilar Salinas
<i>Profesor-Investigador</i>	<i>Profesora</i>	<i>Coordinador del área Tronco Común</i>

Control de cambios del documento			
Revisión	Ciclo Escolar	Autor de quien elaboro	Descripción o motivo del cambio
0	2020-2	Mtro. Jose Dolores Cortez Garcia	Primera Versión de Paquete Didáctico
1	2021-2	Dr. Moises Jesus Castro Toscano	Adecuar Material Didáctico al nuevo formato



1.0 EL FLUJO ELÉCTRICO Φ_E Y LA LEY DE GAUSS

A. Área como un Vector

Un plano o área se puede representar por un vector.

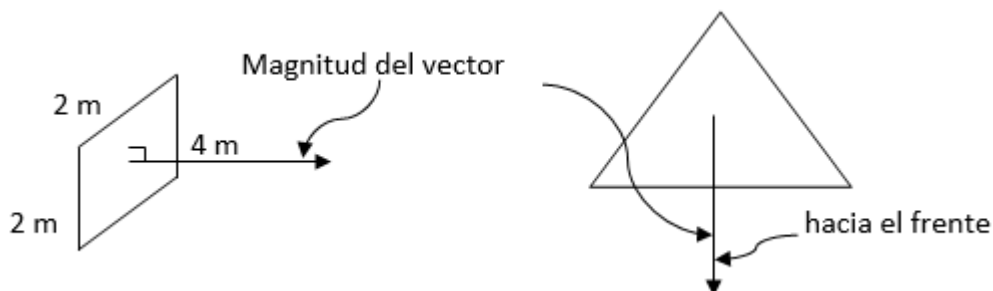


Fig. 1 Plano o área representado por un vector.

B. Flujo del Campo Eléctrico

El flujo del campo eléctrico es el número de líneas de campo eléctrico que penetran en una superficie.

$$\Phi_E = EA \cos \theta$$

1) *Flujo máximo*: Cuando el vector área es paralelo a las líneas del campo eléctrico, hay una mayor cantidad de flujo eléctrico que atraviesa el área. El ángulo entre ambas es cero. $\Phi_E = EA \cos 0^\circ = EA$

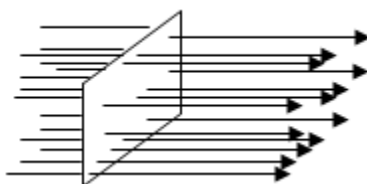


Fig. 2 Flujo máximo, el vector es paralelo a las líneas del campo magnético.

2) Las líneas del campo eléctrico que atraviesan el área disminuyen conforme el ángulo de inclinación crece, cuando el vector área es perpendicular a las líneas de campo el ángulo es 90° y las líneas de campo que atraviesan el área es cero.

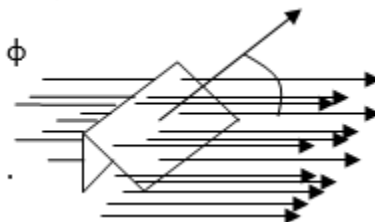


Fig. 3 Flujo, disminución conforme el ángulo de inclinación.



2.0 LEY DE GAUSS

“Para cualquier superficie cerrada (gaussiana), el flujo neto del campo eléctrico que pasa a través de esa superficie, cualquiera que sea su forma, es directamente proporcional a la carga neta encerrada”.

El flujo eléctrico es directamente proporcional a la carga total.

$$\Phi_E \propto Q$$

$$\Phi_E = \frac{1}{\epsilon_0} Q$$

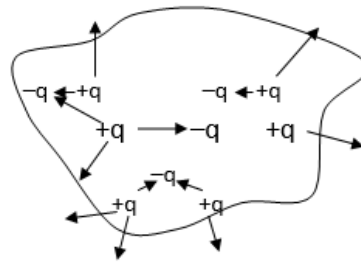


Fig. 4 Flujo eléctrico, proporcional a la carga total.

El flujo del campo eléctrico es proporcional a la intensidad del campo eléctrico y al área.

$$\Phi_E = \sum E \cdot \Delta A = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$\oint$ =el círculo significa que es un área cerrada

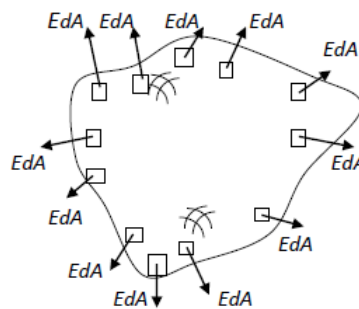


Fig. 5 Flujo eléctrico, proporcional a la intensidad del campo eléctrico y área.

El modelo matemático de la ley de Gauss es,

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{1}{\epsilon_0} q$$

Unidad de medida en el SI del flujo eléctrico: $\frac{N \cdot m^2}{C}$



Facultad de Ingeniería Mexicali	Ciclo Escolar: 2021-2	 Facultad de Ingeniería Mexicali
Material Didáctico Electricidad y Magnetismo	Formación Básica	
Unidad 1, Electrostática y Ley de Coulomb	Pág. 4 de 9	

3.0 PROBLEMAS DE REPASO

1. Si el flujo del campo eléctrico neto que pasa a través de una superficie gaussiana es cero, significa que:

- a. La carga neta dentro de la superficie es cero
- b. No hay cargas dentro de la superficie
- c. El campo eléctrico es cero en cualquier lugar de la superficie
- d. La superficie gaussiana es muy grande

R. Si $\Phi_E = \frac{1}{\epsilon_0} Q$ entonces Φ_E es cero si Q es cero. El flujo del campo eléctrico neto a través de una superficie cerrada que no rodea a ninguna carga es igual a cero.

2. ¿Cuál de los siguientes enunciados define completamente el campo eléctrico y sus efectos?

- e. Es una cantidad vectorial producido por cargas eléctricas y al multiplicarlo por una carga externa, nos da la fuerza entre cargas.
- f. Es una cantidad vectorial producido por una carga eléctrica y al multiplicarlo por dicha carga produce una fuerza eléctrica.
- g. Es una cantidad escalar producido por cargas eléctricas y al multiplicarlo por una carga externa, nos da la fuerza entre cargas.
- h. Es una cantidad vectorial producido por partículas neutras y al multiplicarlo por una carga externa, nos da la fuerza entre cargas.

A. Cálculo Del Campo Eléctrico, Utilizando La Ley De Gauss En Conductores Aislados

1. Un cilindro se encuentra inmerso en un campo eléctrico uniforme, calcule el campo eléctrico neto que pasa a través de su área (flujo eléctrico).

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}_1 + \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}_2 + \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}_3$$

$$\Phi_E = |\vec{E}| \cos 180^\circ \oint dA_1 + |\vec{E}| \cos 0^\circ \oint dA_2 + |\vec{E}| \cos 90^\circ \oint dA_3$$

$$\Phi_E = -|\vec{E}|A_1 + |\vec{E}|A_2 + 0$$

$$\Phi_E = 0$$

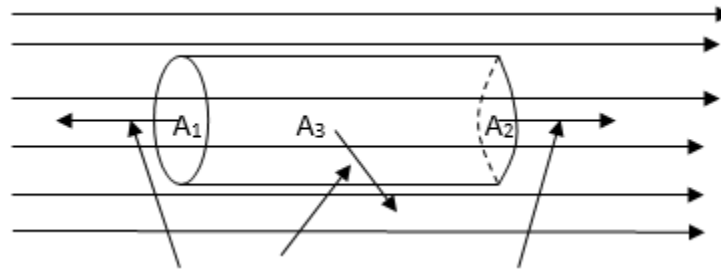


Fig. 6 Se representa el área con un vector.

El producto punto de dos vectores es igual a la multiplicación de sus magnitudes.

B. El campo eléctrico alrededor de un cable conductor cargado.

1. Encontrar la intensidad del campo eléctrico alrededor de un alambre delgado conductor cargado de longitud L , a una distancia r . Consideremos $L \gg r$

El campo está radialmente dirigido hacia afuera del cable.



Fig. 7 El campo está radialmente dirigido hacia afuera del cable.

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}_1 + \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}_2 + \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}_3$$

$$\Phi_E = |\vec{E}| \cos 90^\circ \oint dA_1 + |\vec{E}| \cos 90^\circ \oint dA_2 + |\vec{E}| \cos 0^\circ \oint dA_3$$

$$\Phi_E = 0 + 0 + \vec{E} A_3$$

$$\text{Área de un cilindro: } 2\pi Lr$$

$$\Phi_E = \vec{E} L 2\pi r \text{ y } \Phi_E = \frac{1}{\epsilon} Q$$

$$\frac{1}{\epsilon} Q = \vec{E} L 2\pi r \quad E = \frac{Q}{\epsilon_0 L 2\pi r}$$

Q en función de la densidad lineal de carga:



$$\lambda = \frac{Q}{L} \text{ Por lo tanto, } Q = \lambda L$$

$$\vec{E} L 2\pi r = \frac{\lambda L}{\epsilon}$$

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

2. Utilizando la ley de Gauss encuentre la intensidad del campo eléctrico a una distancia de 100 cm de un alambre conductor cargado que tiene una densidad lineal de carga de 80 nC/m.

Fórmula para determinar la intensidad del campo eléctrico de un alambre es:

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon r}$$

$$\vec{E} = \frac{80 \times 10^{-9} \text{ C/m}}{2\pi(8.85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2})(1 \text{ m})} = 1438.69 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

C. Campo Eléctrico en la superficie de una Lámina Cargada

3. Utilizando la ley de Gauss determinar el campo eléctrico en la superficie de una lámina delgada de material conductor cargada positivamente.

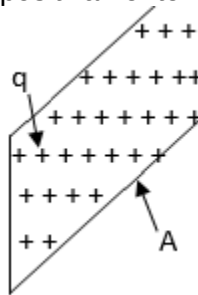


Fig. 8 Lámina cargada

Densidad superficial de carga $\sigma = \frac{q}{A}$

El campo eléctrico a una distancia cercana a una lámina cargada

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}_1 + \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}_2 + \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}_3$$

$$\Phi_E = |\vec{E}| \cos 0^\circ \oint dA_1 + |\vec{E}| \cos 0^\circ \oint dA_2 + |\vec{E}| \cos 90^\circ \oint dA_3$$

$$\Phi_E = \vec{E} A_1 + \vec{E} A_2 + 0 \text{ Puesto que } A_1 = A_2 \text{ entonces } A = A_1 = A_2$$

$$\Phi_E = \vec{E} 2A \text{ y como } \Phi_E = \frac{1}{\epsilon_0} Q \text{ y } Q = \sigma A$$



Entonces $\frac{1}{\epsilon_0} Q = \vec{E} 2A$ y $\frac{1}{\epsilon} \sigma A = \vec{E} 2A$ de donde obtenemos: $E = \frac{Q}{\epsilon_0 2A}$ $\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon}$

D. Campo Eléctrico en un punto R fuera de una esfera cargada.

4. Utilizando la ley de Gauss calcule el campo eléctrico en un punto r fuera de una esfera de radio a con densidad de carga volumétrica ρ y una carga positiva total Q.

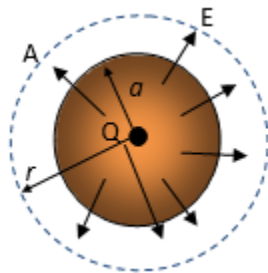


Fig. 9 Esfera cargada

Campo eléctrico, según la ley de Coulomb: $E = k_e \frac{q}{r^2}$ o $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$

Fórmula del flujo eléctrico, según la ley de Gauss: $\Phi_E = \frac{1}{\epsilon} Q$ y $\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$

Área de la esfera: $A = 4\pi r^2$, $\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = E \oint dA = EA = E 4\pi r^2$

$\frac{1}{\epsilon_0} Q = \vec{E} 4\pi r^2$ De donde obtenemos, $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$ o $E = k_e \frac{Q}{r^2}$ (para $r > a$)

El campo eléctrico debido a una esfera con carga uniforme en la región externa a la esfera es equivalente a una carga puntual ubicada en el centro de la esfera.

5. Calcule el campo eléctrico si r es menor que a (en un punto en el interior de la esfera).

En un punto en el interior q_{in} (la carga en el punto r no es la carga total Q) $q_{in} = \rho V'$ (ρ Multiplicada por el volumen de una esfera más pequeña de radio $r < a$).

El volumen de una esfera es $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} = \frac{q_{in}}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\rho(\frac{4}{3}\pi r^3)}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} r$,

Si $\rho = \frac{Q}{V} \therefore \rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi a^3}$ y si $k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \therefore \epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k_e}$

$E = \frac{\frac{Q}{\frac{4}{3}\pi a^3}}{3(\frac{1}{4\pi k_e})} r = \frac{\frac{3Q}{4\pi a^3}}{\frac{3}{4\pi k_e}} r = \frac{4\pi k_e (3Q)}{12\pi a^3} r = k_e \frac{Q}{a^3} r$, $E = k_e \frac{Q}{a^3} r$ para toda $r < a$



6. Calcule la densidad de carga longitudinal (λ) del alambre recto para que el equilibrio se logre como se indica en la figura. El alambre es de una longitud muy grande y tiene una carga negativa distribuida uniformemente.

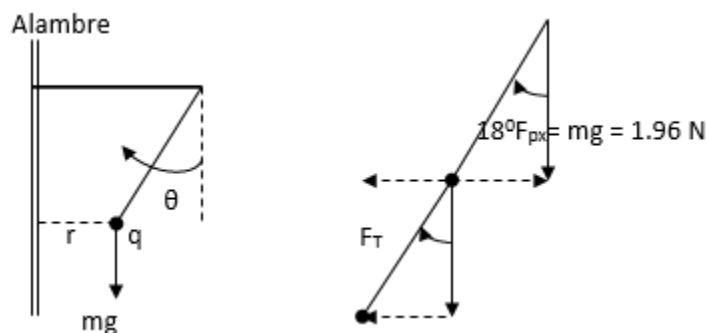


Fig. 10 Alambre recto

$r = 5 \text{ cm}$, $\theta = 18^\circ$, $m = 200 \text{ gr}$, $q = 20 \text{ } \mu\text{C}$, $K_d = 8$ (constante dieléctrica), $\lambda = ?$

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon r} \quad \text{Considerar } \epsilon \text{ como } \epsilon_0, p = mg = 0.2 \text{ Kg}(9.8 \text{ m/s}^2) = 1.96 \text{ N}$$

$$\text{Equivalencia: } N = \text{Kg} \cdot \text{m/s}^2, F_{px} = 0.637 \text{ N}$$

$$\tan 18^\circ = \frac{F_{px}}{1.96 \text{ N}} \quad 18^\circ F_{px} = 1.96 \text{ N}$$

$$F_{px} = 1.96 \text{ N} \tan 18^\circ = 0.637 \text{ N}$$

La Fuerza eléctrica F_e que atrae a la carga es igual a la fuerza debida al peso en el componente x, de tal manera que se mantiene en equilibrio, por lo tanto,

$$F_e = F_{px} = 0.637 \text{ N}$$

$$\text{Intensidad del campo eléctrico: } \vec{E} = \frac{F_e}{q} \vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon r} \vec{E} = K \frac{q}{r^2}$$

La intensidad del campo en función de la fuerza eléctrica y la carga es,

$$\vec{E} = \frac{F_e}{q} = \frac{0.637 \text{ N}}{20 \times 10^{-6} \text{ C}} = 31850 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

La intensidad del campo de un alambre en función de la densidad de carga es,

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon r} \quad \text{de donde } \lambda = \vec{E} 2\pi\epsilon r,$$

$$\text{La constante dieléctrica } k_d = 8 \rightarrow k_d = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \quad \therefore \quad \epsilon = k_d \epsilon_0$$

$$\lambda = \left(31850 \frac{\text{N}}{\text{C}} \right) 2\pi(8) \left(8.85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2} \right) (5 \times 10^{-2} \text{ m}) = 7.084 \times 10^{-7} \frac{\text{C}}{\text{m}}$$



7. Considere una caja triangular cerrada en reposo dentro de un campo eléctrico horizontal con una magnitud $E = 7.8 \times 10^4 \text{ N/C}$. Calcule el flujo eléctrico a través de: La superficie rectangular vertical, la superficie inclinada y la superficie total de la caja

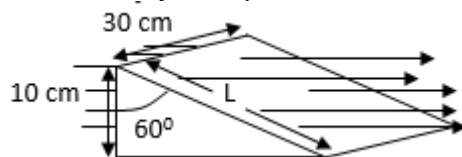


Fig. 11 Caja triangular cerrada

$$\Phi_E = E A \cos \theta = 7.8 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}} (0.10 \text{ m} \times 0.3 \text{ m}) \cos 180^\circ = -2340 \text{ N} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{C}}$$

$$L = \frac{0.1 \text{ m}}{\sin 30^\circ} = 0.2 \text{ m} \quad \Phi_E = E A \cos \theta = 7.8 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}} (0.20 \text{ m} \times 0.3 \text{ m}) \cos 60^\circ = 2340 \text{ N} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{C}}$$

Es igual a cero

8. Una pirámide de base horizontal cuadrada, de 6.00 m de lado y con una altura de 4.00 m está colocada en un campo eléctrico vertical de 52.0 N/C. Calcule el flujo eléctrico total que pasa a través de las cuatro superficies inclinadas de la pirámide.

R. $1.87 \text{ kN} \cdot \text{m}^2/\text{C}$

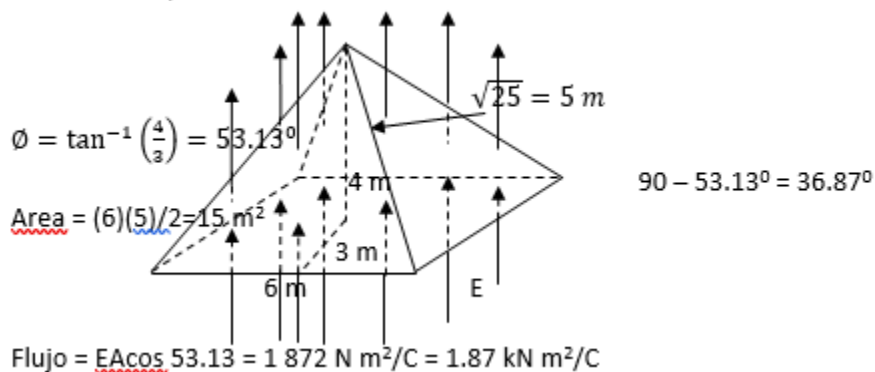


Fig. 12 Pirámide horizontal cuadrada

9. Calcule el flujo eléctrico a través de la superficie inclinada del cono, cuya superficie circular tiene un radio de 30 cm y el cono tiene una longitud de 150 cm.

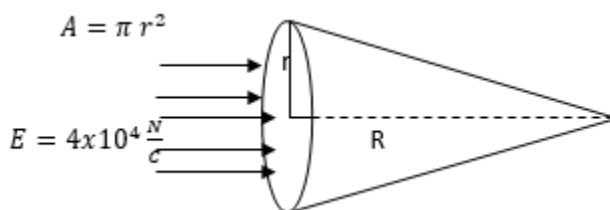


Fig. 13 Cono con superficie circular

$$\Phi_E = E A = 4 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}} (\pi (0.3 \text{ m})^2) = 11309 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}}$$