

	Facultad de Ingeniería Mexicali	Ciclo Escolar: 2021-2	
	Material Didáctico Electricidad y Magnetismo	Formación Básica	
	Unidad 3, Circuito de Corriente Continua	Pág. 1 de 8	

Estado del documento:	Nuevo		Modificación	X	
-----------------------	-------	--	--------------	---	--

ELABORÓ	REVISÓ	AUTORIZÓ	AUTORIZÓ
			
Dr. Juan Carlos Quiroz Sánchez	Ing. Ana Liduvina López Vargas	Dr. Moises Jesus Castro Toscano	Dra. Wendolyn Elizabeth Aguilar Salinas
Profesor	Profesora	Encargado de la Materia	Coordinador del área Tronco Común

Control de cambios del documento			
Revisión	Ciclo Escolar	Autor de quien elaboro	Descripción o motivo del cambio
0	2020-2	Dr. Juan Carlos Quiroz Sánchez	Primera Versión de Paquete Didáctico
1	2021-2	Dr. Juan Carlos Quiroz Sánchez	Adecuar Material Didáctico al nuevo formato

	Facultad de Ingeniería Mexicali	Ciclo Escolar: 2021-2	
	Material Didáctico Electricidad y Magnetismo	Formación Básica	
	Unidad 3, Circuito de Corriente Continua	Pág. 2 de 8	

3.6.- LEYES DE KIRCHHOFF

Ley de la corriente de Kirchhoff

Un nodo, unión o empalme, es un sitio en un circuito en el que dos o tres alambres están conectados entre sí. Cada conexión entre dos nodos en un circuito se denomina rama. Una rama puede contener cualquier número de elementos de circuito diferentes y los alambres entre éstos. En cada rama puede circular una corriente, y esta corriente es la misma en todas partes. Este hecho conduce a la ley de la corriente de Kirchhoff:

La suma de las corrientes que entran en un nodo debe ser igual a la suma de las corrientes que salen del mismo.

Si a las corrientes que entran al nodo se asigna, de manera arbitraria, un signo positivo y a las corrientes que salen del nodo se asigna, también de manera arbitraria, un signo negativo, entonces la ley de la corriente de Kirchhoff se expresa matemáticamente como:

$$\text{Nodo: } \sum_{k=1}^n i_k = 0$$

¿Cómo sabe usted cuáles corrientes entran en un nodo y cuáles salen del nodo cuando traza un esquema como el que ilustra la figura?

No puede; simplemente asigna una dirección para cada corriente que circula por un alambre dado. Si resulta que una dirección asignada está equivocada, obtendrá un número negativo para esa corriente particular en su solución final.

La corriente que fluye hacia el nodo debe ser igual a la corriente que fluye fuera del nodo. Por ejemplo, en la figura 1 se muestra un nodo único, a, con corriente, i_1 , que entra en el nodo y dos corrientes, i_2 e i_3 , que salen del nodo. Según la ley de la corriente de Kirchhoff, en este caso,

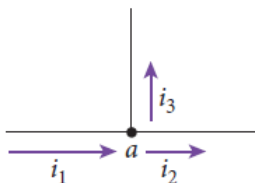
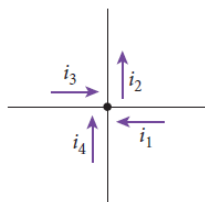


Fig 1. Direcciones de las corrientes en un nodo.



$$\sum_{k=1}^3 i_k = i_1 - i_2 - i_3 = 0 \Rightarrow i_1 = i_2 + i_3.$$

Para el nodo mostrado en la figura 2, ¿qué ecuación expresa correctamente la suma de las corrientes?



- a) $i_1 + i_2 + i_3 + i_4 = 0$
- b) $i_1 - i_2 + i_3 + i_4 = 0$
- c) $-i_1 + i_2 + i_3 - i_4 = 0$
- d) $i_1 - i_2 - i_3 - i_4 = 0$
- e) $i_1 + i_2 - i_3 - i_4 = 0$

Fig 2. Reflexión de las direcciones de las corrientes en un nodo

3.6.1.- Ley de corrientes y voltajes

Un **bucle** (lazo, loop, malla) en un circuito es cualquier conjunto de alambres conectados y elementos de circuito que forman una ruta cerrada. Si usted sigue un bucle, al final llegará al mismo punto en el que empezó el recorrido. Los tres bucles posibles (indicados en rojo, verde y azul) para el diagrama de circuito mostrado. Observe que cualquier alambre o elemento del circuito dado puede, y suele, ser parte de más de un bucle. Usted puede moverse a través de cualquier bucle en un circuito, ya sea en dirección del movimiento de las manecillas del reloj o en contra de éstas. La figura 3 muestra una ruta en dirección del movimiento de las manecillas del reloj a través de cada uno de los bucles, como lo indican las flechas. Pero la dirección de la ruta que se tome alrededor del bucle es irrelevante en la medida en la que la elección se siga de manera constante durante todo el trayecto alrededor del bucle.

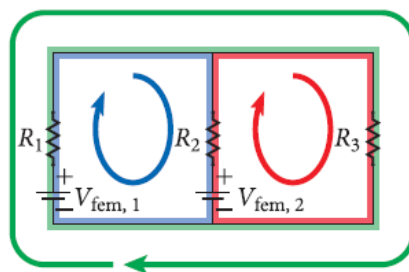


Fig 3. Direcciones de las corrientes en un nodo

La suma de las diferencias de potencial (voltaje o tensión) de todos los elementos de circuito encontrados a lo largo de cualquier bucle dado produce la diferencia de potencial total de la ruta completa a lo largo del bucle. Así, la ley de voltaje de Kirchhoff establece lo siguiente:

La suma de la diferencia de potencial alrededor de un bucle completo en un circuito debe ser cero.

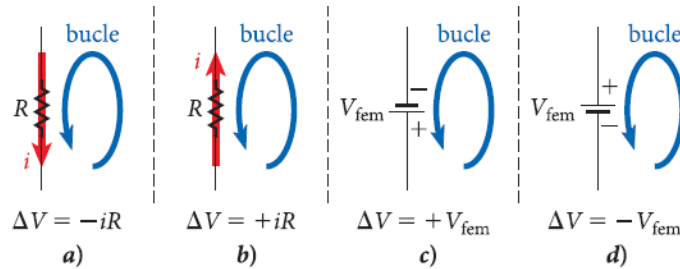


Fig 4. Convención de signos para cambios de potencial al analizar bucles.

De la figura 4 vemos que, si nos movemos alrededor de un bucle en el sentido del movimiento de las manecillas del reloj, los cambios de potencial a través de los resistores serán negativos. Si el movimiento es en sentido contrario a la dirección de la corriente, los cambios de potencial a través de los resistores serán positivos. Si nos desplazamos alrededor de un bucle de modo que pasemos por una fuente de fem de la terminal negativa a la terminal positiva, este componente contribuye a una diferencia de potencial positiva. Si pasamos por una fuente de fem de la terminal positiva a la negativa, ese componente contribuye a una diferencia de potencial negativa. Al mencionar la polaridad de una resistencia es indicar en cuál de las terminales tiene un mayor potencial y cual terminal tiene un menor potencial. Con las convenciones anteriores, la ley de voltaje de Kirchhoff se escribe en forma matemática como:

$$\text{Bucle cerrado: } \sum_{j=1}^m V_{fem,j} - \sum_{k=1}^n i_k R_k = 0.$$

Ejemplo 1. Determinar las corrientes y voltajes de cada resistencia, donde

$$V_{e1}=9 \text{ v}, V_{e2}=6\text{v}, R_1 = 80\Omega , R_2 = 100\Omega , R_3 = 120\Omega$$

del circuito siguiente (figura 5) usando las leyes de Kirchhoff con el **método de mallas**.

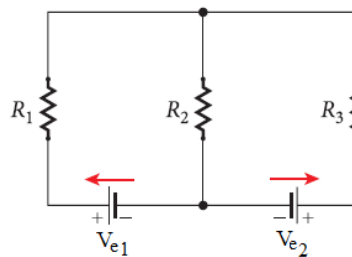


Fig. 5 ejemplo 1

Solución.

Este circuito no puede resolverse en conexiones simples en serie o en paralelo. Hay dos mallas (circuitos cerrados) al poner las corrientes I_A , I_B las polaridades de las resistencias quedan establecidos el sentido de la corriente.



1) la mitad izquierda del circuito que corresponde a la malla A están incluidos los elementos V_{e1} , R_1 , R_2 , por lo que la ecuación al aplicar la suma de voltajes

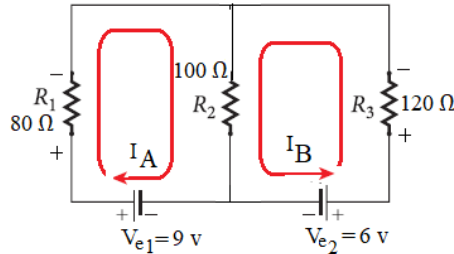


Fig. 6 Las corrientes en las mallas

$$9\text{v} - I_A (80 \Omega) - I_A (100 \Omega) - I_B (100 \Omega) = 0 \text{ v}$$

Al simplificar

$$9\text{v} - I_A (180 \Omega) - I_B (100 \Omega) = 0 \text{ v} \quad \text{ecuación (i)}$$

Despejando $I_A = \frac{9\text{v} - I_B (100 \Omega)}{180 \Omega} = 0.05\text{A} - I_B (0.555)$ ecuación (ii), siempre se debe sustituir los valores con sus respectivas unidades.

2) la mitad derecha del circuito que corresponde a la malla B están incluidos los elementos V_{e2} , R_2 , R_3 por lo que la ecuación al aplicar la suma de voltajes

$$6\text{v} - I_B (120 \Omega) - I_B (100 \Omega) - I_A (100 \Omega) = 0 \text{ v}$$

Simplificando

$$6\text{v} - I_B (220 \Omega) - I_A (100 \Omega) = 0 \text{ v} \quad \text{ecuación (iii)}, \text{ al sustituir } I_A \text{ de (ii) en (iii)}$$

$$6\text{v} - I_B (220 \Omega) - [0.05\text{A} - I_B (0.555)] (100 \Omega) = 0 \text{ v}$$

3) Desarrollando y simplificando

$1\text{v} + I_B (-164.44 \Omega) = 0\text{v}$, al despejar $I_B = 0.00608 \text{ A} = 6.08 \text{ mA}$ que es positivo lo que nos indica que el sentido de la corriente propuesto al inicio es correcto, sustituyendo esto en (ii).

$I_A = 0.05\text{A} - (0.00608 \text{ A}) (0.555) = 0.0466 \text{ A} = 46.6 \text{ mA}$ que es positivo lo que nos indica que el sentido de la corriente propuesto al inicio es correcto.

Por la resistencia R_1 solo circula I_A por lo que $I_A = I_1 = 0.0466 \text{ A} = 46.6 \text{ mA}$, para la resistencia R_3 solo circula I_B por lo tanto

$$I_B = I_3 = 0.00608 \text{ A} = 6.08 \text{ mA}$$

En la resistencia R_2 circulan las corrientes I_A y I_B en el mismo sentido entonces

$$I_2 = I_A + I_B = 0.0466 \text{ A} + 0.00608 \text{ A} = 0.05268 \text{ A}$$



4) Los voltajes en cada una de las resistencias, sustituyendo los valores respectivos con sus unidades

$$V_1 = R_1 I_1 = (80 \, \Omega) (0.0466 \, \text{A}) = 3.728 \, \text{V}$$

$$V_2 = R_2 I_2 = (100 \, \Omega) (0.05268 \, \text{A}) = 5.26 \, \text{V}$$

$V_3 = R_3 I_3 = (120 \, \Omega) (0.00608 \, \text{A}) = 0.7296 \, \text{V}$, en el último diagrama (figura 7) se muestra la forma de medir las corrientes, voltajes y la polaridad de las resistencias.

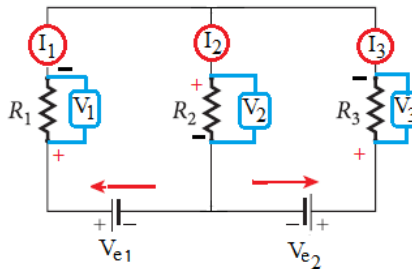


Fig. 7 Medición de voltaje y corriente.

Ejemplo 2. Determinar las corrientes y voltajes de cada resistencia, donde $V_{e1} = 10 \, \text{V}$, $V_{e2} = 7.5 \, \text{V}$, $R_1 = 60 \, \Omega$, $R_2 = 50 \, \Omega$, $R_3 = 120 \, \Omega$ del circuito siguiente (figura 8) usando las leyes de Kirchhoff con el **método de nodos**.

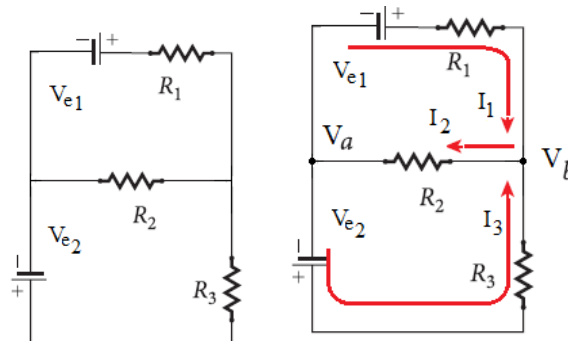


Fig. 8 Circuito con las corrientes seleccionadas.

- 1) Considerar los nodos de 3 o más uniones (a), (b)
- 2) Etiquetar los voltajes en esos nodos V_a , V_b que serán las incógnitas en nuestras ecuaciones.
- 3) Determinar las direcciones de las corrientes en los nodos en cualquiera de los nodos, consideremos el nodo (b), usando las polaridades de las fuentes de voltajes, tomado la fuente V_{e1} la corriente que nombramos como I_1 entra en el nodo (b), tomado la fuente V_{e2} la corriente



que nombramos como I_3 entra en el nodo (b), lo que nos resulta que la corriente I_2 sale del nodo (b).

Entonces en el nodo (b) la ecuación de las corrientes resulta (ecuación de equilibrio de corrientes):

$\sum I_t = 0$, $\sum I_e - \sum I_s = 0$, $\sum I_e = \sum I_s$, $I_1 + I_3 = I_2$ ahora definimos estas corrientes en términos de los voltajes y las resistencias de cada línea por donde circulan las corrientes usando la ley de Ohm $V = I R$, $I = V / R$, siempre se debe sustituir los valores con sus respectivas unidades.

$$I_1 = \frac{10 \text{ v} - V_b}{60 \Omega}, I_2 = \frac{V_b}{50 \Omega}, I_3 = \frac{7.5 \text{ v} - V_b}{120 \Omega}, \text{ estableciendo en la ecuación de equilibrio de corrientes.}$$

$$\frac{10 \text{ v} - V_b}{60 \Omega} + \frac{7.5 \text{ v} - V_b}{120 \Omega} = \frac{V_b}{50 \Omega} \text{ desarrollando}$$

$$\frac{10 \text{ v}}{60 \Omega} + \frac{7.5 \text{ v}}{120 \Omega} = \frac{V_b}{50 \Omega} + \frac{V_b}{60 \Omega} + \frac{V_b}{120 \Omega}$$

$$0.166 \text{ A} + 0.0625 \text{ A} = V_b \left(\frac{1}{50 \Omega} + \frac{1}{60 \Omega} + \frac{1}{120 \Omega} \right)$$

$$0.2291 \text{ A} = V_b (0.045 \frac{1}{\Omega}), \text{ finalmente } V_b = 5.104 \text{ v}, \text{ las corrientes}$$

$$I_1 = \frac{10 \text{ v} - 5.104 \text{ v}}{60 \Omega} = 0.0815 \text{ A}, I_2 = \frac{5.104 \text{ v}}{50 \Omega} = 0.102 \text{ A}, I_3 = \frac{7.5 \text{ v} - 5.104 \text{ v}}{120 \Omega} = 0.0199 \text{ A}$$

4) Los voltajes en cada resistencia, siempre se debe sustituir los valores con sus respectivas unidades.

$$V_1 = I_1 R_1 = (0.0815 \text{ A}) (60 \Omega) = 4.89 \text{ v}, V_2 = I_2 R_2 = (0.102 \text{ A}) (50 \Omega) = 5.1 \text{ v},$$

$$V_3 = I_3 R_3 = (0.0199) (120 \Omega) = 2.388 \text{ v}$$

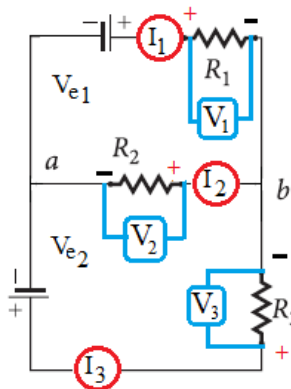


Fig. 9 Medición de voltaje y corriente.

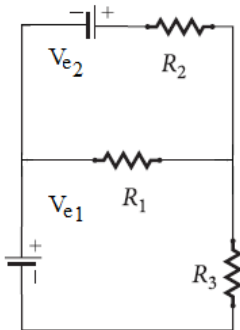


En el último diagrama (figura 9) se muestra la forma de medir las corrientes y voltajes de cada resistencia con su polaridad.

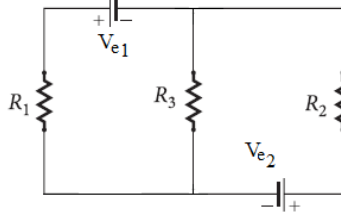
Ejercicios.

Resolver usando el método de mallas y nodos a cada uno de los siguientes circuitos con todo el desarrollo completo (desarrollo analítico, comentarios, diagramas, sustitución, unidades y explicación), diagrama final con las polaridades de las resistencias y la forma de medir las corrientes y voltajes.

- 1) $V_{e1} = 10 \text{ v}$,
 $V_{e2} = 5 \text{ v}$,
 $R_1 = 80\Omega$, $R_2 = 50\Omega$,
 $R_3 = 120\Omega$



- 2) $V_{e1} = 7 \text{ v}$,
 $V_{e2} = 12 \text{ v}$,
 $R_1 = 80\Omega$, $R_2 = 60\Omega$,
 $R_3 = 120\Omega$



- 3) $V_{e1} = 10 \text{ v}$,
 $V_{e2} = 12 \text{ v}$,
 $R_1 = 80\Omega$, $R_2 = 100\Omega$, $R_3 = 120\Omega$

